

FOGLIO ESERCIZI 2

Esercizio 1. Verificare che, dati $v, w \in \mathbb{E}_O^3$ e $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\langle \alpha v, w \rangle = \alpha \langle v, w \rangle .$$

(Suggerimento: distinguere i tre casi $\alpha > 0$, $\alpha < 0$, $\alpha = 0$ e applicare la definizione di prodotto scalare.)

Esercizio 2. Siano $u, v, w \in \mathbb{E}_O^3$ tre vettori linearmente indipendenti. Mostrare che la rappresentazione di un vettore $t \in \mathbb{E}_O^3$ come combinazione lineare di u, v, w è unica. (Suggerimento: utilizzare il fatto che $u \notin \text{Span}(v, w)$.)

Esercizio 3. Fissiamo una base ortonormale $\mathcal{B} = \{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ in \mathbb{E}_O^3 . Consideriamo i punti $A, B, C \in \mathcal{E}^3$ di coordinate

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

e i vettori $v, w \in \mathbb{E}_O^3$ di coordinate:

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Svolgere i seguenti punti:

- Verificare che v e w sono linearmente indipendenti.
- Verificare che $B - A$ e $C - A$ sono linearmente indipendenti.
- Verificare che v, w, \mathbf{i} sono linearmente indipendenti.
- Trovare la rappresentazione parametrica della retta r_1 passante per A con direzione v .
- Trovare la rappresentazione parametrica della retta r_2 passante per A e B .
- Trovare la rappresentazione parametrica della retta r_3 passante per B e C .
- Trovare la rappresentazione parametrica del piano π_1 passante per A con giacitura v, w .
- Trovare la rappresentazione parametrica del piano π_2 passante per A, B e C .
- Determinare se esistono punti di intersezione tra r_1 e r_2 , e in tal caso calcolarli.
- Determinare se esistono punti di intersezione tra r_1 e r_3 , e in tal caso calcolarli.
- Determinare se esistono punti di intersezione tra r_1 e π_1 , e in tal caso calcolarli.
- Trovare una rappresentazione cartesiana delle rette r_1, r_2 ed r_3 .
- Trovare una rappresentazione cartesiana dei piani π_1 e π_2 .